

# Simulación de una Línea de Espera en el Área de Urgencias de un Centro Hospitalario Mediante Distribuciones de Probabilidad

Dra. Griselda Cortés Barrera<sup>1</sup>, Dra. Mercedes Flores Flores<sup>2</sup>,  
Dr. Abraham Jorge Jiménez Alfaro<sup>3</sup>



## Acerca de los autores...

<sup>1,2,3</sup> Académicos de la División de Ingeniería en Sistemas Computacionales del Tecnológico de Estudios Superiores de Ecatepec (México)

## Resumen

En la vida cotidiana, es común enfrentarse a situaciones que están en función del tiempo, por ejemplo la fila en una institución bancaria, el estacionamiento o uso de servidores en un centro comercial, una estación de gasolina o de trenes ligeros, en donde contar con uno o múltiples servidores como cajas de cobro, bombas despachadoras, etcétera casi siempre se hace referencia al tiempo que tomará cada una de estas actividades y aunque existen muchas que con la ayuda de la tecnología se pueden evitar, otras no resultan posibles, como puede ser la admisión de pacientes al área de urgencias de un hospital público.

Este artículo pretende dar una visión simulada del proceso de recepción, valoración e ingreso al área de urgencias de un hospital del sector salud de atención a todo el público. Se simula a través de distribuciones de probabilidad como uniforme, exponencial, M. de Erlang, e incluso una distribución Bernoulli. Se estima el número de personas que ingresan al hospital a solicitar atención médica, el número de médicos disponibles, camas para pacientes, así como una forma de estimar la gravedad o necesidad de atención a los pacientes.

Cabe señalar que ésta investigación es una práctica llevada a cabo en el aula, en donde se simula el área de urgencias de un hospital público, en la cual se demuestra la utilidad de los números pseudoaleatorios y las distribuciones de probabilidad, para estimar la atención a pacientes, el porcentaje de ocupación de los médicos y de la infraestructura hospitalaria como pueden ser camas, quirófanos, entre otros.

## Abstract

*In everyday life, it is common to face situations that are a function of time, for example the line in a banking institution, parking or use of servers in a shopping center, a gas station or light rail, where you can count on one or multiple servers such as toll boxes, dispenser pumps, etc., reference is almost always made to the time each of these activities will take and although there are many that can be avoided with the help of technology, others are not possible, such as the admission of patients to the emergency area of a public hospital.*

*This article aims to give a simulated vision of the process of reception, assessment and admission to the emergency area of a hospital in the health sector that caters to the general public. It is simulated through probability distributions such as uniform, exponential, M. de Erlang, and even a Bernoulli distribution. The number of people who enter the hospital to request medical attention, the number of doctors available, beds for patients, as well as a way to estimate the severity or need for patient care is estimated.*

*It should be noted that this research is a practice carried out in the classroom, where the emergency area of a public hospital is simulated, in which the usefulness of pseudo-random numbers and probability distributions is demonstrated, to estimate the attention to patients, the percentage of occupation of doctors and hospital infrastructure such as beds, operating rooms, among others.*





**Palabras clave:** Simulación, Distribuciones de Probabilidad, Números pseudoaleatorios, eventos, estimación, líneas de espera.

**Keywords:** *Simulation: Probability Distributions, Pseudo-random numbers, events, estimation, waiting lines.*

## Introducción

La mayoría de las actividades cotidianas están en función del tiempo, ya sea esperar en una fila para ser atendido en una institución bancaria, u otro tipo de servicio. Para este año 2020, que el mundo entero se vio en la necesidad de vivir con nueva normalidad a raíz de la emergencia epidemiológica derivada del virus SARS-CoV-2, responsable de la enfermedad

del Covid-19, las instituciones de salud se vieron rebasadas a causa del contagio exponencial que presentó la población que contrajo este virus. En países como México, existe una alta demanda de los servicios de urgencia hospitalaria, en donde una elevada proporción de los casos son pacientes que lo utilizan de forma inadecuada, ya sea por problemas banales u organizativos, que afectan a estas áreas (Torné, 2003).

De acuerdo con Torné (2003) en un estudio llevado a cabo en los hospitales de la ciudad de Barcelona, la atención en el área de urgencias fue de 48.6% para mujeres, y de las urgencias atendidas el tiempo transcurrido (mediana) desde la llegada al servicio de urgencias hasta la salida del mismo, fue de dos horas diez y siete minutos, y el grupo de más de 64 años de edad fue de tres horas con cuatro minutos.

Como en muchos aspectos, la atención médica de urgencias puede ser cualitativa de acuerdo a la percepción del médico o del paciente, es decir la valoración es subjetiva, y en el estudio de Torné (2003), 38% de los casos fueron clasificados como urgencia adecuada.

Derivado de la emergencia sanitaria provocada por el Covid-19 el área de urgencias de los centros hospitalarios se vio rebasada por el número de pacientes, ya que además de la atención por Covid-19, que no siempre resulta afirmativa, se deben atender otro tipo de urgencias, como fracturas, golpes, enfermedades crónicas, entre otras.

El aspecto de la toma de decisiones de los hospitales es cada vez más importante y con ello los responsables de estas decisiones son conscientes de la necesidad de administrar todos los aspectos de la manera más eficiente y proporcionar un buen servicio, haciendo uso de herramientas que les permitan analizar, programar y priorizar los recursos disponibles (Rodríguez, 2017).

## 1. Metodología

En el presente trabajo, se incluye un breve resumen de los trabajos relacionados con el área de urgencias que brindan diversos hospitales, y se efectuó una práctica en el aula simulando el área de urgencias de un hospital del sector salud, utilizando distribuciones de probabilidad.

### 1.1 Comparativa de análisis de un centro hospitalario en el área de urgencias y la simulación utilizando distribuciones de probabilidad.

Se analizaron varios casos sobre los servicios de urgencia en hospitales, considerando las formas en que fueron abordados, ya sea a través de líneas de espera, utilizando Delphi, entre otros, y se realizó una simulación con distribuciones de probabilidad. Posteriormente, se elaboró una comparativa entre los resultados de casos reales y los que se simularon en el aula, empleando distribuciones de probabilidad como exponencial uniforme, y M. de Erlang, cotejando la similitud entre ambos. A continuación, se describen algunos conceptos básicos de la probabilidad clásica y la forma en que se puede simular este tipo de eventos.

1.2 Investigación de trabajos realizados utilizando herramientas de software y teoría de líneas de espera.

### ***Análisis de la demanda de los servicios de urgencias de Barcelona Torné, E. et al. (2003)***

Para el estudio se seleccionaron tres equipos de atención primaria (EAP); el trabajo consistió en hacer el registro durante tres semanas, teniendo un total de 67,791 urgencias con una media de 3,228 al día. Durante los días laborales, la máxima actividad de urgencias se registró entre las 9 y las 13 horas, y a lo largo del día se mantuvieron estables durante todos los días de la semana. El 79.8% de los pacientes atendidos en urgencias accedieron por iniciativa propia.

De las urgencias atendidas en los hospitales, se realizó alguna prueba diagnóstica en el 47.5% de los casos; por grupos de edad, el porcentaje más alto fue de 59.7% de más de 64 años, donde los estudios realizados con mayor frecuencia fueron Electrocardiogramas (ECG), rayos X y analíticos en el 97.5% de los casos.

Se propuso la creación de áreas de diagnóstico rápido, y para ello, en el estudio se hizo un registro sobre el grupo de pacientes y la atención que requieren de acuerdo a su tipo, clasificando la muestra en masculino, femenino, edad y tipo de urgencia.

### ***Análisis en el servicio de urgencias aplicando teorías de líneas de espera Rodríguez, G., et al. (2107)***

El trabajo se enfocó en el comportamiento de un hospital de Celaya, Guanajuato, México, en el servicio de urgencias, utilizando un modelo de líneas de espera con prioridades de atención para estimar la capacidad del área y las proyecciones ante incrementos de demanda.

El método utilizado fue mínimos cuadrados y a través de éste, se verificó la función que ajusta mejor los datos de los arribos y los servicios. Su análisis consistió en lo siguiente:

- 1.- Identificar la estación.
- 2.- Caracterizar la demanda, obteniendo la media, la varianza y la variabilidad, construcción de histograma, y aplicar el método cuadrados medios.
- 3.- Caracterizar el tiempo de servicio obtenido de la media, la varianza y la prueba de bondad de ajuste.
- 4.- Determinar el desempeño del sistema.

El estudio se llevó a cabo con la utilización de la prueba de mínimos cuadrados, empleando Minitab 16, y la simulación se efectuó utilizando el software Arena.

La teoría de líneas de espera es una herramienta que permite calcular de forma eficiente y rápida, algunas de las medidas de desempeño de mayor interés para la administración y control de los sistemas hospitalarios.

**Identificación de problemas y propuestas para mejorar la atención de las urgencias extrahospitalarias en Navarra: un estudio Delphi**  
**Pérez-Ciordia, I., et al. (2011)**

Este trabajo desarrollo un estudio Delphi inicialmente con treinta y siete personas, aplicando tres cuestionarios, entre ellos uno con preguntas cerradas, que identificó el grado de desacuerdo con los problemas y propuestas de mejora; todos los cuestionarios se cuantificaron en formato de escala Likert.

**Sobredemanda de la atención médica en el servicio de emergencias de adultos en un hospital terciario, Lima, Perú.**  
**Vásquez, R., et al. (2015)**

Se elaboró un estudio sobre el tipo de pacientes y la atención que brindó un hospital en Lima Perú, en el periodo del 1 de enero al 31 de diciembre del año 2015, realizando un reporte del sistema estadístico institucional, considerando fecha y hora de ingreso, edad, genero, procedencia, motivo de la consulta de urgencia, destino de la atención; el análisis de los datos fue a través de GPSS, calculando medidas de distribución de frecuencia y tendencia central.

1.3 Simulación de una línea de espera del área de urgencias de un hospital del sector salud. Desarrollo del experimento en el aula.

Para abordar el tema, se inició con algo que pudiera ser simulado de forma muy sencilla, utilizando el experimento del lanzar al aire en 10 ocasiones una moneda equilibrada y registrar el resultado obtenido en cada lance; posterior a ello, a través de un generador de números pseudoaleatorios, se obtuvieron 10 de éstos y se aplicó la probabilidad semejante a la del caso real, con esto:

Probabilidad clásica: casos favorables/casos posibles  
Casos posibles= {cara, cruz}  
 $P\{\text{cara}\} = \frac{1}{2}$  o 0.5  
 $P\{\text{cruz}\} = \frac{1}{2}$  o 0.5

Para el caso de los números pseudoaleatorios:  
 $P\{\text{cara}\} = \text{intervalo}\{0.0 - 0.5\}$   
 $P\{\text{cruz}\} = \text{intervalo}\{0.5 - 1.0\}$

Generación de números pseudoaleatorios mediante el método mixto de congruencias semilla  $n_0 = 7$ ; constante  $a = 3$ , constante  $c = 19$ , mod  $m = 31$

$$n_{i+1} = (a * n_0 + c) \sim \text{_____ mod } m \quad \text{Ec. (1)}$$

Se aplica el experimento:

Las indicaciones fueron las siguientes: se lanzará en 10 ocasiones una moneda balanceada y se registrará el número de caras y cruz que caigan en cada lanzamiento; posterior a ello, se utilizará el método mixto de congruencia para a través de éste, generar una muestra de diez números pseudoaleatorios simulando los lanzamientos de la moneda, y si el número pseudoaleatorio está entre 0.0 y 0.5 se considerará que en el lanzamiento cayó cara, y si el número pseudoaleatorio está entre 0.5 y 1.0 se considerará que en el lanzamiento cayó cruz (véase la Tabla 1. Lanzamientos reales y simulados).

**TABLA 1**  
**LANZAMIENTOS REALES Y SIMULADOS**

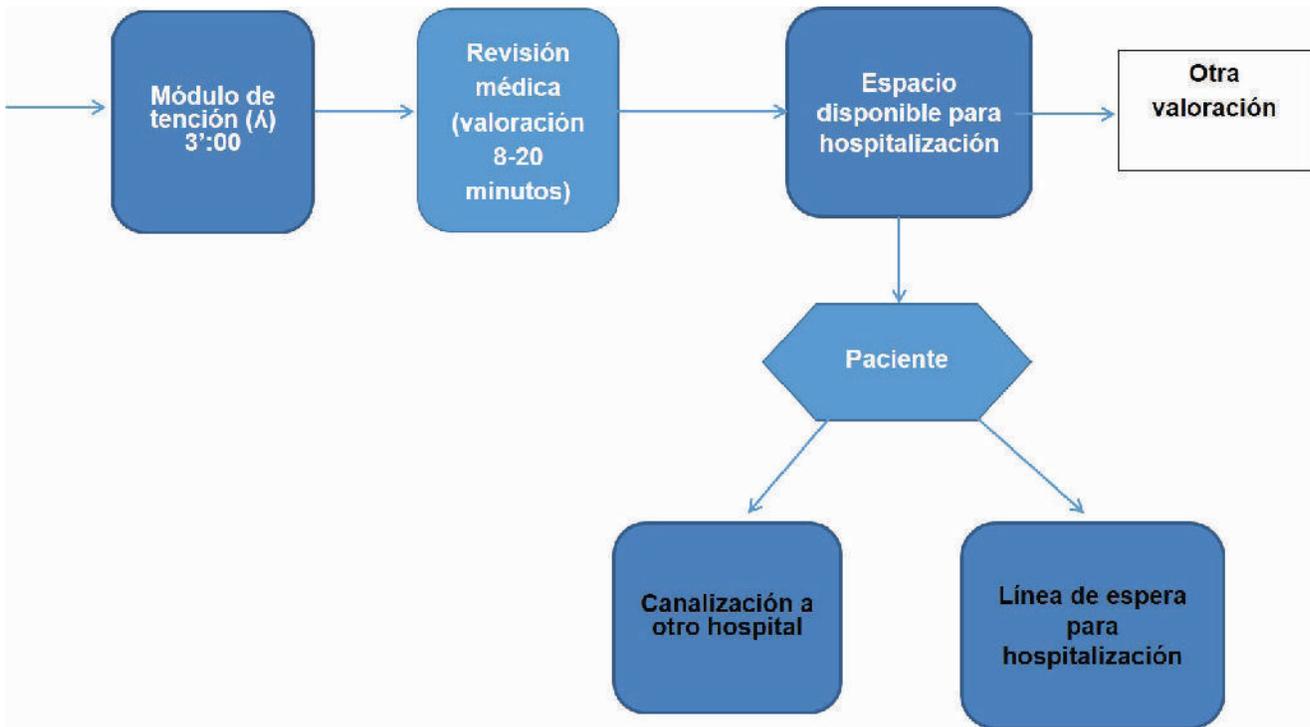
Lanzamientos		Generación de Números Pseudoaleatorios a través del método mixto de congruencias Semilla = $n_0(7)$ , $a=13$ ; $c=19$ ; $\text{mod } m=31$	
		$N_1=(13 * 7 + 19) \sim \underline{17} \text{ mod } 31$ genera= <b>0.54838</b> $N_2=(13 * 17 + 19) \sim \underline{23} \text{ mod } 31$ genera= <b>0.74193</b> $N_3=(13 * 23 + 19) \sim \underline{8} \text{ mod } 31$ genera= <b>0.25806</b> $N_4=(13 * 8 + 19) \sim \underline{30} \text{ mod } 31$ genera= <b>0.96774</b> $N_5=(13 * 30 + 19) \sim \underline{6} \text{ mod } 31$ genera= <b>0.19354</b> $N_6=(13 * 6 + 19) \sim \underline{4} \text{ mod } 31$ genera= <b>0.12903</b>	
		$N_7=(13 * 4 + 19) \sim \underline{9} \text{ mod } 31$ genera= <b>0.29032</b> $N_8=(13 * 9 + 19) \sim \underline{12} \text{ mod } 31$ genera= <b>0.38709</b> $N_9=(13 * 12 + 19) \sim \underline{20} \text{ mod } 31$ genera= <b>0.64516</b> $N_{10}=(13 * 20 + 19) \sim \underline{0} \text{ mod } 31$ genera= <b>0.00000</b>	
<b>Caso real</b>		<b>Caso simulado</b>	
No. de lanzamiento	Resultado	No. de lanzamiento	Resultado
1	Cara	1	Cruz
2	Cara	2	Cruz
3	Cara	3	Cara
4	Cruz	4	Cruz
5	Cruz	5	Cara
6	Cara	6	Cara
7	Cruz	7	Cara
8	Cara	8	Cara
9	Cruz	9	Cruz
10	Cruz	10	Cara

Ahora bien, es posible simular cualquier fenómeno factible de estudiar, por ello, en este apartado se presenta una simulación del área de admisión en urgencias de un hospital del sector salud, práctica que se realizó en el aula para estimar los tiempos de atención en el módulo de admisión, y posteriormente, la valoración médica, la evaluación del espacio disponible para hospitalización (ingreso a hospitalización, piso, cirugía, etcétera), entre algunos otros aspectos relevantes que se llevan a cabo en el área de urgencias, así como el número de pacientes que atiende un médico en un tiempo (t) específico y/o el tiempo que le toma atender a un número  $n$  de pacientes, lo cual se realizó con base en la siguiente indicación:

Utilizar una distribución exponencial para determinar el tiempo de atención en el módulo de admisión, una distribución uniforme para estimar el tiempo de atención de los médicos en el área de valoración y, por último, una distribución M. de Erlang, para calcular el tiempo de ocupación de un médico en un tiempo  $T_{i1}$  a  $T_{i2}$ . El Diagrama 1 muestra la secuencia de atención en el área de admisión de urgencias de un hospital.

DIAGRAMA 1

DIAGRAMA 1. SIMULACIÓN DE LA ADMISIÓN EN EL ÁREA DE URGENCIAS DE UN HOSPITAL DEL SECTOR SALUD.



## 2. Resultados y análisis

Distribuciones de Probabilidad (Exponencial, Uniforme y M. de Erlang)

2.1 Exponencial: Utilizando los números pseudoaleatorios generados con el método mixto.

Utilizaremos el valor de  $\lambda=3$  y la fórmula  $E_i = -\lambda \cdot \ln(1-r_i)$  (Azarang, 1996), para determinar el tiempo simulado en que cada paciente estuvo en el área de ventanilla de la admisión de urgencias (véase Tabla 2):

**TABLA 2**  
**OBTENCIÓN DE DATOS SIMULADOS CON  $\lambda=3$**

No. de paciente	$E_i = -\lambda \ln(1-r_i)$	Ti (Tiempo obtenido)	Tr (Tiempo simulado)
1	$E_1 = -3\ln(1-0.54838)$	2.38	2': 22"
2	$E_2 = -3\ln(1-0.74193)$	4.06	4': 03"
3	$E_3 = -3\ln(1-0.25806)$	0.89	0': 54"
4	$E_4 = -3\ln(1-0.96774)$	10.30	10': 18"
5	$E_5 = -3\ln(1-0.19354)$	0.64	0': 37"
6	$E_6 = -3\ln(1-0.12903)$	0.41	0': 24"
7	$E_7 = -3\ln(1-0.29032)$	1.02	1': 01"
8	$E_8 = -3\ln(1-0.38709)$	1.46	1': 27"
9	$E_9 = -3\ln(1-0.64516)$	3.10	3': 06"
10	$E_{10} = -3\ln(1-0.00000)$	0.0	0': 00"

Como se puede observar, los tiempos simulados pueden ser utilizados para determinar un ejercicio real de solicitud de ingreso al área de urgencias

2.1.2 Para determinar el tiempo que tardará cada uno de los pacientes en ser atendido por un médico (es decir, permanencia en sala de espera), se utilizará una distribución uniforme  $U_i = a+(b-a)r_i$  (Azarang, 1996) con los valores de límite inferior = 50 y límite superior = 180 minutos (véase Tabla 3.). Nota: se utilizaron números pseudoaleatorios generados a través de la herramienta Excel.

**TABLA 3**  
**OBTENCIÓN DEL TIEMPO DE ESPERA DE LOS PACIENTES (PERMANENCIA) ANTES DE LA ATENCIÓN MÉDICA, SIMULADA CON DISTRIBUCIÓN UNIFORME  $a=50$  MINUTOS Y  $b=180$  MINUTOS.**

No. de paciente	$U_i = a+(b-a)r_i$	Ti (Tiempo obtenido)	Tr (Tiempo simulado)
1	$U_1 = 50+(180-50)0.36054$	96.87	1:37': 54"
2	$U_2 = 50+(180-50)0.29984$	88.97	1:29': 54"
3	$U_3 = 50+(180-50)0.67674$	137.97	2:18': 54"
4	$U_4 = 50+(180-50)0.37919$	99.29	1:39': 18"

5	$U_5 = 50 + (180 - 50)0.01998$	52.59	0:52':36"
6	$U_6 = 50 + (180 - 50)0.61043$	129.35	2:09':18"
7	$U_7 = 50 + (180 - 50)0.52171$	117.82	1:57':49"
8	$U_8 = 50 + (180 - 50)0.35175$	95.72	1:35':42"
9	$U_9 = 50 + (180 - 50)0.77666$	150.96	2:30':55"
10	$U_{10} = 50 + (180 - 50)0.39123$	100.85	1:40':48"

2.2 Para determinar los tiempos de atención de los médicos, se utilizará una distribución uniforme  $U_i = a + (b - a)r_i$  (Azarang, 1996) con los valores de límite inferior = 8 minutos y límite superior = 20 minutos (véase Tabla 4).

**TABLA 4**  
**OBTENCIÓN DE LA ATENCIÓN MÉDICA SIMULADA CON DISTRIBUCIÓN UNIFORME  $a=8$  MINUTOS Y  $b=20$  MINUTOS**

No. de paciente	$U_i = a + (b - a)r_i$	Ti (Tiempo obtenido)	Tr (Tiempo simulado)
1	$U_1 = 8 + (180 - 50)0.54838$	14.58	14': 34"
2	$U_2 = 8 + (180 - 50)0.74193$	16.90	16': 54"
3	$U_3 = 8 + (180 - 50)0.25806$	11.09	11': 05"
4	$U_4 = 8 + (180 - 50)0.96774$	19.61	19': 36"
5	$U_5 = 8 + (180 - 50)0.19354$	10.32	10': 19"
6	$U_6 = 8 + (180 - 50)0.12903$	9.54	9': 32"
7	$U_7 = 8 + (180 - 50)0.29032$	11.48	11': 28"
8	$U_8 = 8 + (180 - 50)0.38709$	12.64	12': 38"
9	$U_9 = 8 + (180 - 50)0.64516$	15.74	15': 44"
10	$U_{10} = 8 + (180 - 50)0.00000$	8.0	8': 00"

2.3 Para determinar el tiempo que tardará un médico en atender a un promedio de nueve pacientes, considerando que cada hora llegan un promedio de 20 a solicitar atención médica en el servicio de urgencias, se utilizará una distribución M. de Erlang:

$$M. \text{ de Erlang} = \frac{1}{k} \ln \pi(r_i) \text{ (Ec.4)}$$

$$\text{M. de Erlang} = -1/20 \ln \left[ \prod (0.54838 * 0.74193 * 0.25806 * 0.96774 * 0.19354 * 0.12903 * 0.29032 * 0.38709 * 0.64516) \right]$$

$$\text{M. de Erlang} = -1/20 \ln(0.000062950221)$$

$$\text{M. de Erlang} = -1/20(-8.60174258345)$$

$$\text{M. de Erlang} = 0.43$$

Como está en función del tiempo, se convierte a tiempo en minutos, lo que indica que el médico tardará un promedio de 25':48" en atender a nueve pacientes.

## Conclusiones

Sin duda, cualquier fenómeno factible de estudiar puede ser simulado, y en este artículo se mostró una práctica en el aula que demuestra cómo puede ser simulado a través de distribuciones de probabilidad, como lo son Uniforme, Exponencial y M. de Erlang, la admisión y el tiempo de atención en el área de urgencias en un hospital del sector salud, y a través de ellas, se puede simular desde la llegada de los pacientes al área de recepción, es decir, la toma de datos y el tipo de urgencia de los pacientes, el tiempo de espera de cada paciente antes de ser atendido, el tiempo que recibirá atención cada uno de éstos, así como el tiempo que tardará un médico en desocuparse, una vez que haya atendido a todos los pacientes en sala. Cabe mencionar que esta práctica realizada en el aula, representa un fenómeno estudiando, que puede ser de mucha utilidad para dar una perspectiva del tiempo de ingreso, espera y atención en el área de urgencias de un centro hospitalario.

## Bibliografía

Azarang, M. (1996). *Simulación y análisis de modelos estocásticos*. Ed. Mac Graw Hill (pp. 79). México.

### Información en línea

Torné, E. (2003). *Análisis de la demanda de los servicios de urgencias de Barcelona*. ELSEVIER. Volumen 32. Núm.7. pp. 423. Octubre (2003)

Obtenido en enero de 2020 en la dirección: <https://www.elsevier.es/es-revista-atencion-primaria-27-articulo-analisis-demanda-servicios-urgencias-barcelona-13053723>

Rodríguez, E. (2011). *Análisis del servicio de urgencias aplicando teoría de líneas de espera*.

Obtenido en enero de 2020 en la dirección: <http://dx.doi.org/10.1016/j.cya.2017.04.001>  
[http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S0186-10422017000300719](http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S0186-10422017000300719)

Vásquez, R. (2016). *Sobredemanda de atención médica en el servicio de emergencia de adultos de un hospital terciario*, Lima, Perú. Scielo.Volumen 77.No. 4.dic.2016

Obtenido el 26 de enero de 2020 en la dirección. [http://www.scielo.org.pe/scielo.php?script=sci\\_arttext&pid=S1025-55832016000400010](http://www.scielo.org.pe/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1025-55832016000400010)

Google.com. Coins. [https://es.made-in-china.com/co\\_lavgifts/product\\_Hot-Sale-Custom-Golden-Pakistani-Old-Coins-Die-Coin\\_hyieynnsn.html](https://es.made-in-china.com/co_lavgifts/product_Hot-Sale-Custom-Golden-Pakistani-Old-Coins-Die-Coin_hyieynnsn.html)