

# Utilización del Método del Elemento Finito para el Diseño de un Tensor de Contravientos

Javier Norberto Gutiérrez Villegas<sup>1</sup>, Israel Isaac Gutiérrez Villegas<sup>2</sup>, Marco Antonio Gutiérrez Villegas<sup>3</sup>



## Resumen

Se conoce como “tensor” a todos los elementos situados en los planos verticales, horizontales o inclinados que no forman parte de la estructura principal en las naves industriales, pero que contribuyen a resistir las fuerzas que actúan sobre ella, que generalmente son producidas por efectos del viento y en ocasiones por impacto. Actualmente los tensores son fabricados artesanalmente, sin tener un control de calidad, y los que existen en el mercado son costosos y resultan difíciles de conseguir. Debido a lo antes mencionado, se ha decidido diseñar un tensor que reúna las características de calidad como los que fabrican los talleres estructurales, realizando las pruebas necesarias para verificar sus propiedades y con ello proponer una muestra que sea óptima para un diámetro específico, y para ello se utilizará el método del elemento finito.

### Acerca de los autores...

<sup>1</sup> Tecnológico de Estudios Superiores de Ecatepec, México, javiernorberto@hotmail.com

<sup>2</sup> Tecnológico de Estudios Superiores de Ecatepec, México, iigv@hotmail.com

<sup>3</sup> Universidad Autónoma Metropolitana, México, magv@correo.azc.uam.mx

## Abstract

*It is known as Tensor all items located in the vertical, horizontal or inclined planes that area not part of the main structure in the warehouses, but that contribute to resist horizontal forces acting on it, wich are usually generated by effects of the wind and sometimes by impact. Currently the tensioners are hand made in without quality control, and those existing on the market are expensive and are difficult to obtain. Due to the above, it has been decided to design a tensor satisfying quality characteristics such as those made structural workshops, conducting the necessary tests to verify its properties and thereby propose a sample that it is optimal for a specific diameter, and so the finite element method is used.*

**Palabras clave:** Tensor, Fuerza, Plano vertical, Plano horizontal, Método del Elemento Finito.

Keywords: Tensor, Strength, Vertical plane, Horizontal plane, Finite Element Method.

## Introducción

El diseño de estructuras metálicas se rige principalmente por dos criterios: el de “diseño por esfuerzos permisibles” o ASD (por sus siglas en inglés) y el de “diseño por cargas y resistencia factorizadas” o LRFD (por sus siglas en inglés), ambos criterios los garantiza y avala el Instituto Americano de Construcción en Acero (AISC, por sus siglas en inglés), el cual se rige bajo las normas ANSI, ASTM y AWS.

Estos criterios están vigentes en los reglamentos de construcción de las diferentes entidades federativas del país, y permiten saber, en función de las propiedades del material, si los elementos estructurales propuestos son los más adecuados para una estructura específica.

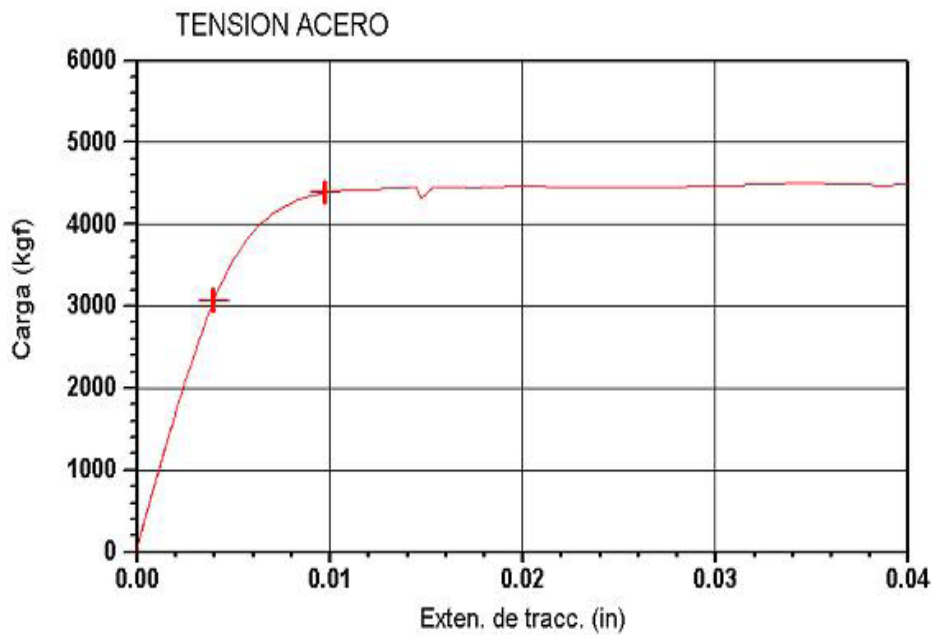
Es conocido que la estructura ideal, es la que trabaja en su totalidad a tensión, por el hecho comprobado de que un elemento en el que actúa una carga axial a compresión, es inestable por pandeo, pero si al mismo elemento se le aplica una carga a tensión, su comportamiento se vuelve estable.

Es por eso que siempre se deberán buscar elementos que se encuentren bajo continua tensión en las estructuras. A dichos elementos se les conoce más como contravientos o tirantes, según sea el caso. Estos elementos pueden ser una sección en forma de I, T, L, una varilla lisa, un cable de alta resistencia, etcétera, y su utilización es en diferentes tipos de estructuras, como por ejemplo naves industriales, edificios de diferentes usos, torres de transmisión atirantadas, torres de tanques de agua, o puentes.

Un tensor o templador es un dispositivo que resiste la fuerza para conectar uno o más elementos en tensión (varillas), y debe poseer la tensión adecuada para que el elemento (varilla) permanezca recto, así como estar en medio de dicha longitud, y siempre se deberán buscar longitudes prácticas.

## Pruebas Iniciales

Al tensor y a la barra de acero con la que fue fabricado, se les realizaron pruebas de comportamiento físico. La barra que se utilizó para el tensor tenía una sección transversal de 0.52 cm X 1.91 cm y se probó a tensión, lo cual arrojó la siguiente gráfica.



Aplicando la siguiente fórmula:

$$\sigma = \frac{P}{A}$$

Se obtiene que esfuerzo de fluencia es

$$F_y = 4430 \text{ kg/cm}^2$$

Llegando a la conclusión de que la probeta no cumplió con la norma de prueba de tensión de la ASTM A-370, por lo que este valor no puede considerarse correcto. Otro factor es que la barra era de acero SAE 1010, pero el resultado no coincide con su punto de fluencia que es

$$F_y = 2753 \text{ kg/cm}^2$$

La prueba del tensor o templador falló en la soldadura, por lo que en este caso no se pudo obtener un comportamiento del material, aunque se puede pronosticar, porque el área transversal que se usa es el doble de la barra y la relación de carga-deformación debe disminuir a la mitad.

Las siguientes imágenes muestran el tensor y las sus pruebas en la máquina universal.



## Formulación Variacional del Mef

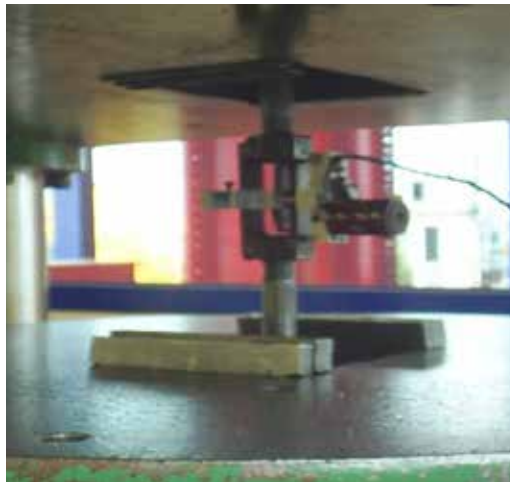
La funcional de la energía potencial total para esfuerzo plano está dada por:

$$\Pi = U - W \quad (1)$$

La energía interna es la energía elástica de deformación:

$$U = \frac{1}{2} \int_{\Omega} h \sigma' e d\Omega = \frac{1}{2} \int_{\Omega} h \sigma' E e d\Omega \quad (2)$$

La energía externa es la suma de las contribuciones de las fuerzas interiores y de contorno conocidos:



$$W = \int_{\Omega} h \bar{u}' \bar{b} d\Omega + \int_{\Gamma_f} h \bar{u}' \hat{t} d\Gamma \quad (3)$$

La integral de línea  $\Gamma$  es tomada solo sobre  $\Gamma_f$ . Esto es, la porción de la frontera sobre la cual están dadas las fuerzas.



## Ecuaciones de elemento finito

Haciendo una discretización del dominio, se obtiene un elemento típico.

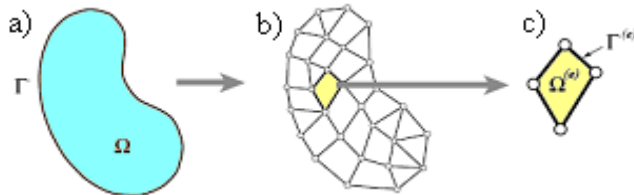


Figura 1

Discretización del dominio. Obtención de un elemento típico.

El vector de desplazamiento está dado como:

$$\bar{u}^{(e)} = \begin{bmatrix} u_{x1} & u_{y1} & u_{x2} & \dots & u_{xn} & u_{yn} \end{bmatrix} \quad (4)$$

El campo de desplazamiento  $\bar{u}^{(e)}(x, y)$  sobre el elemento es interpolado desde los desplazamientos de los nodos. Asumiremos que los mismos polinomios de interpolación son usados para ambos componentes de desplazamiento. Así

$$u_x = \sum_{i=1}^n N_i^{(e)}(x, y) u_{xi} \quad (5)$$

$$u_y = \sum_{i=1}^n N_i^{(e)}(x, y) u_{yi} \quad (6)$$

donde  $N_i^{(e)}(x, y)$  son las funciones de forma del elemento. De manera matricial:

$$u(x, y) = \begin{bmatrix} u_x(x, y) \\ u_y(x, y) \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$\begin{bmatrix} N_1^{(e)} & 0 & N_2^{(e)} & 0 & \dots & N_n^{(e)} & 0 \\ 0 & N_1^{(e)} & 0 & N_2^{(e)} & \dots & 0 & N_n^{(e)} \end{bmatrix}$$

$$\bar{u}(x, y) = \bar{N}^{(e)} \bar{u}^{(e)}$$

Diferenciando el campo de desplazamiento del elemento finito se obtienen las relaciones de deformación-desplazamiento:

$$e(x,y) = \begin{bmatrix} \frac{\partial v_1^{(e)}}{\partial x} & 0 & \frac{\partial v_2^{(e)}}{\partial x} & 0 & \dots & \frac{\partial v_n^{(e)}}{\partial x} & 0 \\ 0 & \frac{\partial v_1^{(e)}}{\partial y} & 0 & \frac{\partial v_2^{(e)}}{\partial y} & \dots & 0 & \frac{\partial v_n^{(e)}}{\partial y} \\ \frac{\partial v_1^{(e)}}{\partial y} & \frac{\partial v_1^{(e)}}{\partial x} & \frac{\partial v_2^{(e)}}{\partial y} & \frac{\partial v_2^{(e)}}{\partial x} & \dots & \frac{\partial v_n^{(e)}}{\partial y} & \frac{\partial v_n^{(e)}}{\partial x} \end{bmatrix} u^{(e)} \quad (8)$$

$$e(x, y) = Bu^{(e)}$$

El esfuerzo está dado en función de las relaciones deformación-desplazamiento:

$$\sigma = Ee = EBu^{(e)} \quad (9)$$

Para obtener las ecuaciones de rigidez del elemento finito, la variación de la funcional de la energía potencial total es descompuesta en las contribuciones de los elementos:

$$U^{(e)} = \frac{1}{2} \int_{\Omega^{(e)}} h \sigma^T e d\Omega^{(e)} = \frac{1}{2} \int_{\Omega^{(e)}} h e^T E e d\Omega^{(e)} \quad (10)$$

Y

$$W^{(e)} = \int_{\Omega^{(e)}} h \bar{u}^T b d\Omega^{(e)} + \int_{\Gamma^{(e)}} h \bar{u}^T \bar{t} d\Gamma^{(e)} \quad (11)$$

Introduciendo las relaciones  $u = Nu(e)$ ,  $e = Bu(e)$  y  $\sigma = Ee$  en  $\Pi(e)$ , se obtiene la forma cuadrática en los desplazamientos nodales

$$\Pi^{(e)} = \frac{1}{2} \bar{u}^{(e)T} K^{(e)} \bar{u}^{(e)} - \bar{u}^{(e)T} \bar{f}^{(e)} \quad (12)$$

Donde la matriz de rigidez del elemento es:

$$K^{(e)} = \int_{\Omega^{(e)}} h B^T E B d\Omega^{(e)} \quad (13)$$

y el vector de fuerza nodal del elemento es:

$$f^{(e)} = \int_{\Omega^{(e)}} h N^T \bar{b} d\Omega^{(e)} + \int_{\Gamma^{(e)}} h N^T \bar{t} d\Gamma^{(e)} \quad (14)$$

En la segunda integral, la matriz N es evaluada en la frontera del elemento solamente.

Existen programas de computadora que utilizan estos principios para calcular esfuerzos y deformaciones en diversos cuerpos. Para calcular los esfuerzos en la probeta, emplearemos el ANSYS.

## MODELADO

El criterio que se usó en el diseño del clevis y del tensor fue el ASD. El manual del AISC en su capítulo D, página 5-40 y 5-41 describe los criterios para el diseño, los cuales indican que la barra ojillada o clevis debe resistir lo mismo que el elemento a tensión, esto es, la varilla. Para ello se usa la siguiente ecuación:

$$AS = A \cdot 0.60 \cdot F_y$$

Dónde: AS = esfuerzo permisible

$A$  = Área transversal del elemento

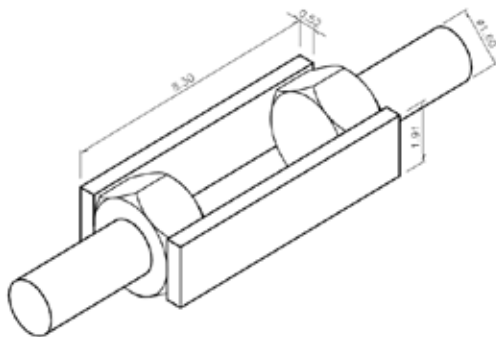
$F_y$  = Punto de fluencia del material

Por lo que se debe igualar el esfuerzo permisible de ambos elementos para que trabajen correctamente y ninguno falle por tensión. El material que más se utiliza comercialmente para estructuras metálicas, es el acero A-36 y su

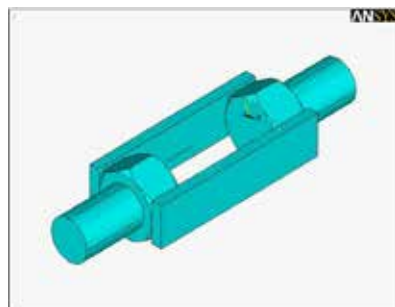
$$F_y = 2531 \frac{kg}{cm^2} \quad , \quad \left( F_y = 36000 \frac{lb}{in^2} \right)$$

Los elementos que se modelaron y calcularon en ANSYS usando el método de elemento finito, tienen las siguientes características de geometría.

**Tensor**

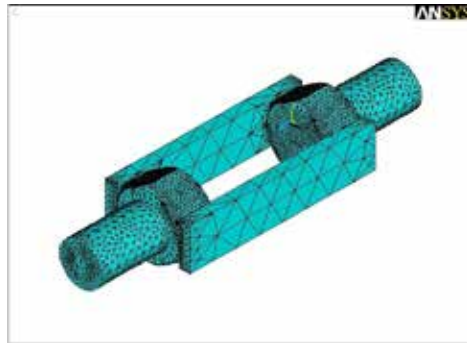
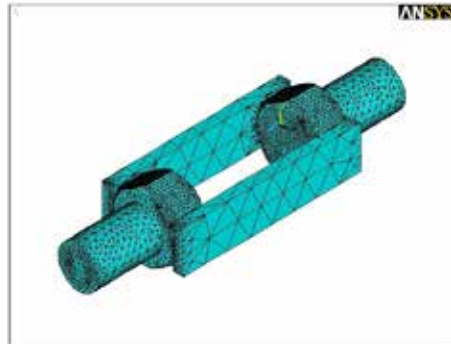


Se modelaron ambos elementos en sólidos y se aplicó una carga axial  $P = 42000 \frac{kg}{cm^2}$  que es el esfuerzo permisible para la sección equivalente a la varilla de acero A-36.

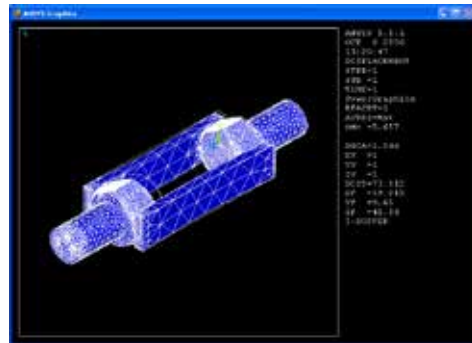


Para el cálculo final por MEF, se discretizaron los elementos sólidos entamaño “libre” por la complejidad de la geometría, dándole al programa de computadora la opción de decidir de qué tamaño sería cada elemento que compondría el sólido original.

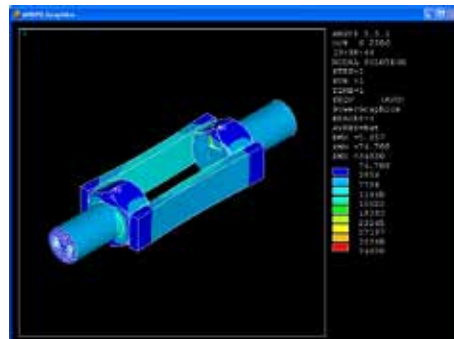
### Mallado del Tensor



### Deformación Dirección Z



### Esfuerzo Von Mises





## CONCLUSIONES

1. Es necesario usar siempre probetas con dimensiones normalizadas para pruebas a tensión, a fin de obtener datos confiables que nos permitan conocer las propiedades mecánicas de cualquier material.
2. Es importante considerar una calidad de soldadura adecuada al unir elementos que resistirán cargas que se transfieran directamente por dicha soldadura.
3. El método del elemento finito es una herramienta útil y poderosa para simular, analizar y calcular piezas complejas o conjuntos de ellas.
4. El método del elemento finito es confiable siempre y cuando se tengan las propiedades mecánicas correctas del material de la pieza o elemento que se quiera simular y se apliquen las cargas en la forma más apegada a la realidad.

### Referencias

- Feodosiev, V.I., (1976). *Resistencia de materiales*, Sapiens, Buenos Aires.
- Singer, Ferdinand L., (1999). *Resistencia de los materiales*, Oxford, México.
- Riley, Sturges & Morris, (2001). *Mecánica de materiales*, Ed. Limusa, México.
- R. K. Livesley, (1988). *Elementos finitos. Introducción para ingenieros*, Limusa, México.
- Chandrupatla Tirupathi, R., (1999). *Introducción al estudio del elemento finito en ingeniería*, Pearson, México.
- AISC, (1989). *Manual of Steel Construction Allowable Stress Design*, Ninth Edition, American Institute of Steel Construction, Inc., pp. 5-40, 5-41.
- Hibbeler, R. C., (2003). *Mecánica de Materiales*, Tercera Edición, Prentice-Hall Hispanoamericana, pp. 86, 87, 88, 89, 90.