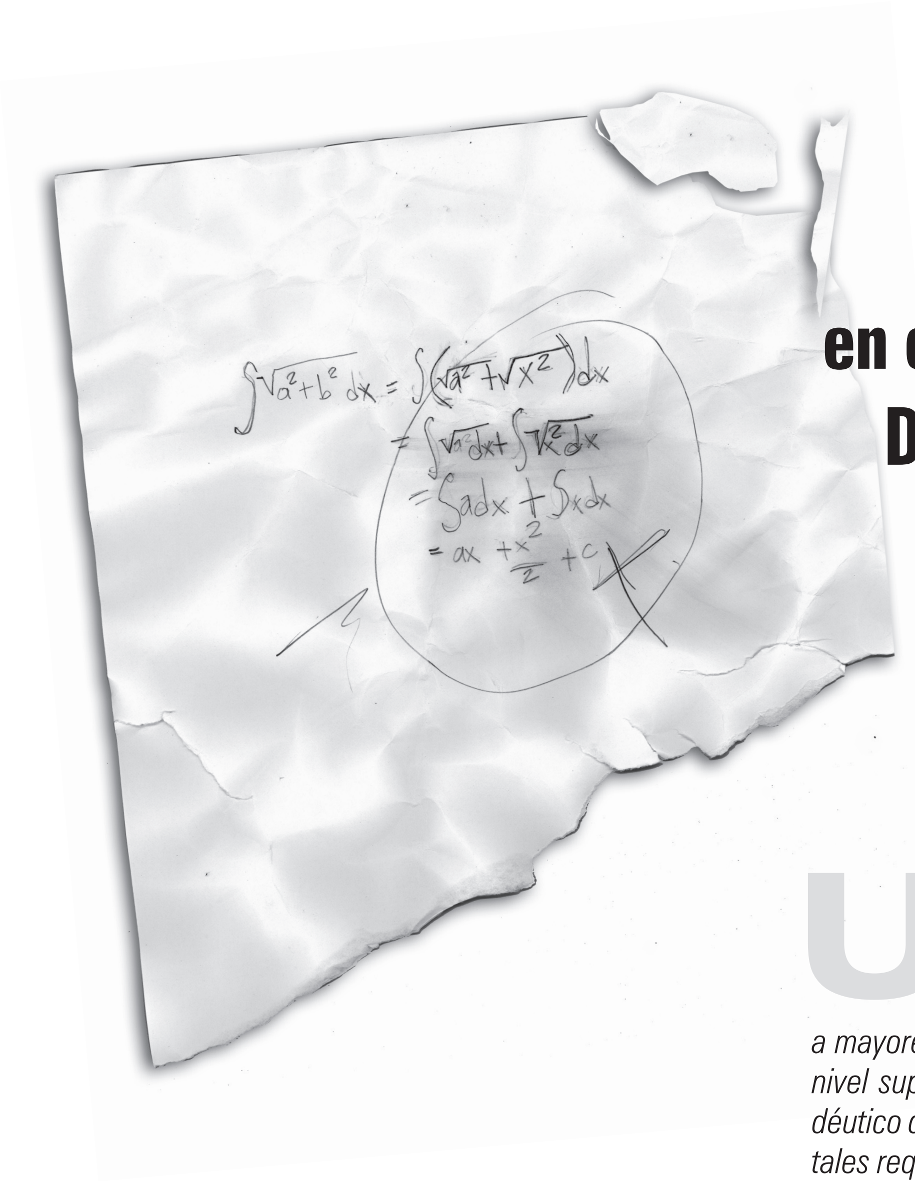

Errores Comunes de Álgebra en el Estudio del Cálculo Diferencial e Integral

M. en I. Fidel Castro López*

Introducción

Una de las asignaturas que se imparten a nivel secundaria y bachillerato, es el álgebra y por ser parte de la currícula, es necesario que los alumnos la aprendan para acceder a mayores grados de estudio. Algunas instituciones de nivel superior imparten la materia en su curso propedéutico de ingreso. De este modo, se esperaría que con tales requerimientos escolares de álgebra, los alumnos mostraran los conocimientos requeridos al realizar sus primeros cursos de matemáticas, por ejemplo el de Cálculo Diferencial e Integral.

Sin embargo, una evaluación del ingreso al nivel superior en el sistema nacional de educación en México, reporta que en la prueba de conocimientos sobre matemáticas, las diferencias más agudas presentadas por los aspirantes, fueron con aspectos algebraicos, en cuanto a la habilidad matemática, y que están relacionadas con problemas de simbolización y abstracción. Lo anterior indica que el proceso de enseñanza-aprendizaje del álgebra es deficiente, aunque esta problemática no es privativa de alguna institución de enseñanza en particular.

Acerca del autor...

* Maestro en Ciencias de la Educación, por la UVM, y en Ciencias de los Materiales, por el IPN. Académico en la División de Electrónica y Telemática del TESE.

En el estudio del Cálculo Diferencial e Integral es frecuente encontrar esta insuficiencia del conocimiento algebraico en los estudiantes, ya que el nivel de requerimiento es alto. Se ha visto que existen similitudes en el tipo de respuestas que dan los grupos de alumnos de secundaria en el manejo algebraico. Al respecto, otro análisis señala: "Se observa que los errores algebraicos cometidos por la muestra, no son al azar, las técnicas que utilizan para dar solución al problema siguen una lógica e intentan, en algunos casos, adoptar el conocimiento previo adquirido a una situación nueva, procediendo por analogías de cierta regla conocida y la extrapolan" (M. Murillo 1993). Es decir, se transfiere la problemática del manejo erróneo del álgebra al cálculo integral, como a continuación lo muestra el ejemplo: Al realizar la integral

$$\int \sqrt{a^2+b^2}\,dx$$

se obtiene en algunos casos de error algebraico, el siguiente desarrollo;

$$\begin{aligned}\int \sqrt{a^2+b^2}\,dx &= \int\left(\sqrt{a^2}+\sqrt{x^2}\right)dx \\ &= \int\sqrt{a^2}\,dx+\int\sqrt{x^2}\,dx \\ &= \int a\,dx+\int x\,dx \\ &= ax+\frac{x^2}{2}+C\end{aligned}$$

Objetivo

El trabajo que aquí se presenta, busca determinar cuáles son los elementos que el alumno utiliza para ejercer su razonamiento en algunos desarrollos algebraicos, a fin de efectuar una descripción de las posibles causas de los errores cometidos.

Metodología

El estudio que nos atañe, pretende ser descriptivo y heurístico. Es el resultado de una investigación realizada entre alumnos de primero y segundo semestre del nivel superior en el área de ingeniería, perteneciente al Tecnológico de Estudios Superiores de Ecatepec. El cuestionario aplicado se integró con preguntas abiertas, buscando de este modo que su perspectiva de razonamiento no se limitara. El tiempo establecido para la resolución del cuestionario fue de una hora, y la selección de estudiantes para realizar la prueba, se efectuó de manera aleatoria.

Elaboración de la Prueba

Se desarrolló un examen de cuatro preguntas, en donde se presentaron relaciones algebraicas sugeridas, y en todas las preguntas se pidió que el alumno explicara su respuesta.

Cabe aclarar que la pregunta dos, en un curso de cálculo Diferencial e Integral, algunas veces se manifiesta como un límite, al tratar de determinar por ejemplo

$$\lim_{x \to 1} \frac{6x+3}{6}$$

Muestra

Se aplicó la prueba a 50 estudiantes, con edades entre 18 y 24 años. Es conveniente señalar que los alumnos provienen de distintas escuelas de nivel bachillerato, por lo que algunos están desfasados de sus estudios.

La prueba fue la siguiente:

1) ¿Es correcta la relación?

$$\sqrt{a^2+b^2}=a+b$$

2) ¿Es cierta la relación?

$$\frac{ab+3}{a}=b+3$$

3) ¿Qué resultado tendrá la división?

$$\frac{0}{0}$$

4) ¿Es valida la relación?

$$\frac{Sen3x}{3}=Senx$$

Respuestas más frecuentes de los alumnos en la prueba

Pregunta uno:

a) Falsa. No cancela a las dos,
sólo a una, esto es:

$$\sqrt{a^2 + x^2} = a^2 + x$$

b) Verdadera. Sí cancela a las dos
por la ley de los exponentes.

c) No es valida por la ley
de los exponentes.

d) Falsa. Por ejemplo si a = 1 y x = 2 ocurre

$$\sqrt{1+4} = \sqrt{5} = 2.23$$

$$a + b = 3 \neq 2.23$$

Pregunta dos:

a) Cierta. Existe una *a* que multiplica y una *a* que divide, y por lo tanto se cancelan.

b) Falsa. No se puede cancelar la *a*, aunque no sabría como explicarlo.

Pregunta tres:

a) Es igual a uno, porque cualquier cantidad entre sí misma es la unidad.

b) Es cero, ya que la división entre cero no existe.

c) Todo número dividido entre cero, da cero por ser una regla.

d) Es nada, porque nada entre nada es nada.

e) La respuesta es cero, porque no se puede dividir nada entre nada.

f) No lo puedo explicar, pero sé que se indetermina.

Pregunta cuatro:

a) Es cierto, el 3 que multiplica a la *x* se cancela con el 3 en que se divide.

b) No lo sé.

c) No es cierto, pero no recuerdo
por qué.

d) No he trabajado relaciones
trigonométricas.

Conclusiones

Como se puede observar, aunque los alumnos estudiaron su bachillerato en distintas instituciones, las respuestas fueron similares, lo cual permitió que éstas se pudieran agrupar.

En general, fue nulo el manejo numérico en las respuestas a las cuatro preguntas, sólo hubo una respuesta es este sentido y fue en la pregunta uno, lo cual nos indicar que es necesaria la ejemplificación numérica en el aula, y revisar el proceso de enseñanza-aprendizaje en las leyes de los exponentes.

Las respuestas en la pregunta dos, nos muestran que es pertinente trabajar sobre la división de polinomios y relacionarlos de algún modo con los temas de factorización de polinomios.

Por lo que toca a la pregunta tres, al no ofrecerse una alternativa de solución, se observó que hubo distintas formas de dar la respuesta. En particular, respecto a la división entre cero, cabe mencionar el siguiente concepto: “puesto que 0-1 no tiene sentido, tampoco lo tiene a/0; la división por 0 es siempre indefinida”. (M. Spivak). Cada una de las respuestas a esta pregunta, denotan un sentido lógico, pero no un significado conceptual correcto, además de ser notoria la relación del número cero con el sustantivo nada (ausencia total de cualquier ser o cosa). En la expresión trigonométrica, es alto el índice de alumnos que suponen que Sen y 3x son dos términos por separado; se tendrá que revisar la conceptualización de las relaciones trigonométricas.

Queda manifiesto que, por lo regular, los alumnos reciben información sobre principios y problemas resueltos, la cual almacenan en su memoria y tratan de recuperarla, sin haber asimilado realmente los hechos significativos, ya que cuando se les presenta un nuevo conocimiento, no guardan una relación sistemática con los conceptos pertinentes de la memoria a largo plazo. En consecuencia, el nuevo material no aumenta, cambia o construye su saber, más bien crea un obstáculo. “...desde el punto de vista cognoscitivo, la transferencia consiste en la activación de conocimiento en las redes de la memoria. Requiere cruzar información y vincular proposiciones en la memoria”. (Gagne, 1993). En la medida que existan más relaciones de pensamientos entre lo aprendido significativamente, se podrán vincular nuevos conocimientos sin crear obstáculos de origen.

Bibliografía...

Cantoral, R., Hacia una didáctica del cálculo basada en la cognición. Publicaciones Centroamericanas No. 7 (1993), Págs. 391-410.

Cantoral, R., Los textos de cálculo: Una visión de las reformas y contrarreformas. Publicaciones Centroamericanas No. 8 (1994) 11-20. Departamento de Matemática Educativa, Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN.

Cordero, F., El pensamiento de la matemática avanzada en el aprendizaje cooperativo. Algunas argumentaciones del cálculo. Publicaciones Centroamericanas 9 (1995) 15-20. Departamento de Matemáticas Educativa. Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN.

Dale, H. Schunk., Teoría del Aprendizaje, segunda edición 1997, Prentice Hall.

Evaluación del Ingreso al Nivel Superior de la Educación Tecnológica, ciclos escolares 1991-1992 y 1992-1993. Informe de resultados. SEP, Subsecretaría de Educación e Investigación Tecnológica, Consejo del Sistema Nacional de Educación Tecnológica.

Gagné R., La sicología cognitiva en el aprendizaje escolar, New York, Ed. Harper Collins.

Murillo, M., Errores comunes y una descripción de sus posibles causas en el nivel secundario. Universidad de Panamá. Memorias de la séptima reunión centroamericana y del caribe sobre la formación de profesores e investigación en matemáticas educativas 1993.

Spivak, M., Cálculo infinitesimal, segunda edición, Ed. Reverté, 1996.