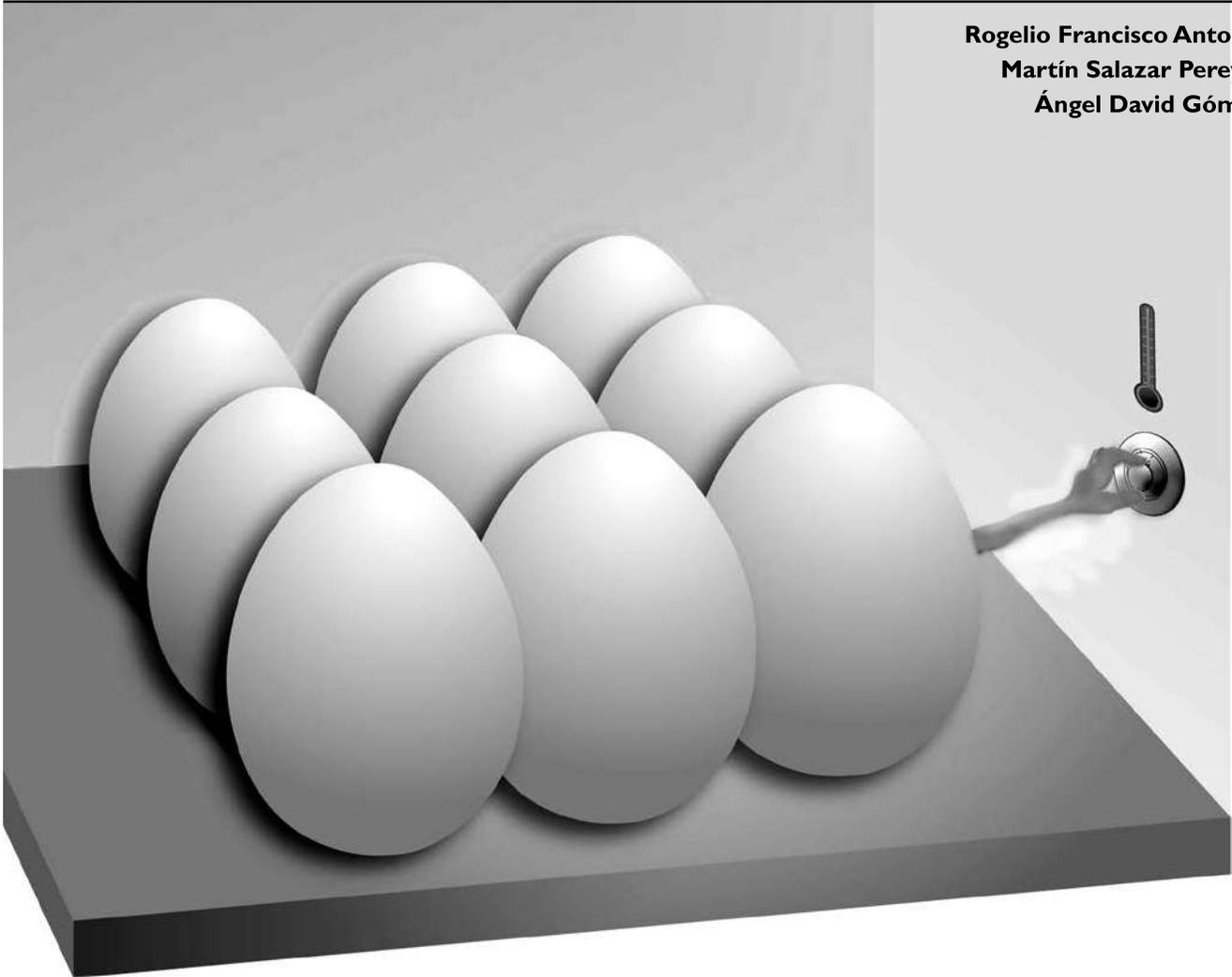


# Análisis de un controlador PID para temperatura de una incubadora avícola

Rogelio Francisco Antonio\*  
Martín Salazar Pereyra\*  
Ángel David Gómez\*



## RESUMEN

**E**n el presente trabajo se realiza el diseño, modelado y análisis de los parámetros fundamentales del controlador PID de temperatura de una incubadora para aves; es importante mencionar que esta etapa es crucial para su posterior implementación en un sistema real. Se muestran, además, los resultados de simulación para diferentes entradas de control.

*Acerca de los autores...*

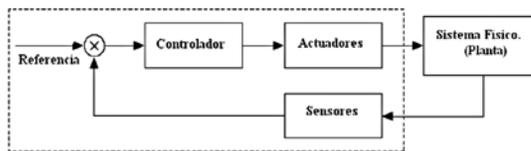
\* División de Ingeniería Mecatrónica e Industrial,  
Tecnológico de Estudios Superiores de Ecatepec.

**Palabras clave:** Simulación, control, retroalimentación, actuador, función de transferencia, PID, error.

## Introducción

En la actualidad, las tendencias de la automatización de procesos son cada vez más exigentes, por lo que se requiere mayor destreza y habilidad para el diseño e implementación de procesos reales donde esté presente el control. El diseño de un controlador involucra primeramente un desarrollo matemático del sistema físico a manejar, analizando los modelos para conocer sus características dinámicas y obtener la respuesta mostrada desde una perspectiva matemática.

La finalidad en el desarrollo de este trabajo, es proponer los parámetros de un controlador del tipo PID, implementado a una incubadora para uso avícola. La planta a controlar tiene dinámicas de tipo no lineal, causada por el aire de un ventilador. En esencia, la temperatura es conocida por la señal eléctrica de un sensor (LM35) encargado de cerrar el lazo de control, como se representa en la Figura 1.



**Figura 1.** Sistema de control.

El control monitorea la salida de la planta y ajusta su entrada para obtener una respuesta lo más próxima a la señal de referencia.

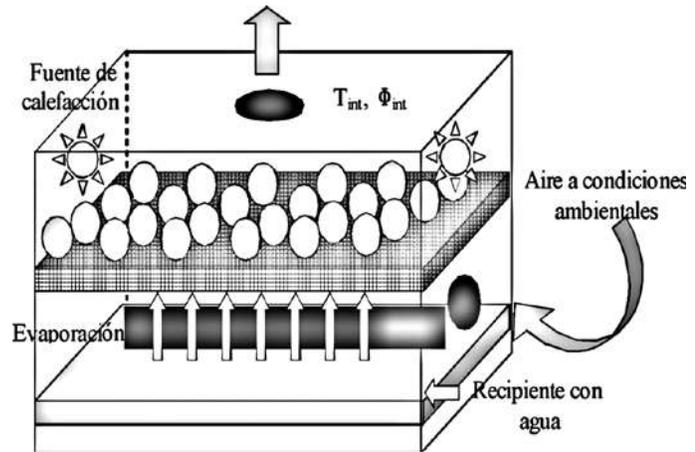
En este caso, se debe tener una temperatura interior de 37°C. El sensor lee la temperatura interior y con base en la señal de referencia, el controlador, a través del actuador, trata de llevarla a la temperatura especificada.

El proceso de control se realiza mediante la variación de la intensidad de los elementos calefactores, que en este caso son dos focos de 40Watts cada uno, es decir, la radiación del sistema se regula.

El proceso de diseñar un controlador basado en el modelo matemático, involucra el esquema de la planta, diseñar y sintetizar el controlador, simular el sistema y desarrollar el controlador.

## 1. Descripción del sistema

La implementación del controlador se realiza en un ambiente experimental, como se muestra en la Figura 2.



**Figura 2.** La incubadora.

La incubadora está construida con madera, debido a que es un buen aislante térmico. En las paredes cuenta con una placa de poliuretano de cinco centímetros de espesor; en su parte inferior, tiene suficiente espacio para la colocación de recipientes con agua para humidificar el medio. En la parte superior se coloca una placa de acrílico transparente que permite observar el interior.

### 1.1 Modelo matemático

El modelo de la incubadora consta de dos secciones: la primera corresponde a la parte térmica del interior y la segunda a la humedad, este último no será tratado en el presente escrito. Con respecto a la parte térmica, los intercambios energéticos en la incubadora son dados por conducción-convección y radiación.

Para el cálculo de estos intercambios de calor, supondremos que la temperatura en el interior de la incubadora es mayor que la exterior ( $T_i > T_0$ ), y se busca expresar la cantidad de calor que pasa de dentro hacia afuera, en función de la diferencia de temperatura:  $T_i - T_0$  en los intercambios energéticos de conducción-convección.

#### **Intercambios de calor entre el aire interior y la cara interior de la incubadora**

$$Q_{ce} = h_e (T_{pe} - T_e) \quad (1)$$

Intercambios de calor entre la cara exterior y el aire exterior

$$Q_{ii} = h_i (T_{int} - T_{pi}) \quad (2)$$

Intercambios de calor a nivel de la cubierta:

$$Q_{ci} = \frac{\lambda}{e} (T_{pi} - T_{pe}) \quad (3)$$

### Intercambios en el interior por radiación térmica:

$$Q_{rad} = \varepsilon A \sigma (T_{foco}^4 - T_{int}^4) \quad (4)$$

En la ecuación (4) se involucra una constante dependiente del material, llamada emisividad; esta propiedad determina cuán bien el cuerpo es propenso a emitir una radiación, tomando en cuenta a otro cuerpo ideal (cuerpo negro). Ésta posee un valor que oscila entre 0–1; reservándose la unidad para el cuerpo negro. En ocasiones, es conveniente expresar la anterior ecuación de la siguiente forma:

$$Q_{rad} = h_r A (T_{foco} - T_{int}) \quad (5)$$

Donde:

$$h_r = \varepsilon \sigma (T_{foco} + T_{int}) (T_{foco}^2 + T_{int}^2) \quad (6)$$

Debido a que la temperatura del cuerpo radiante (foco) es superior a la temperatura del interior (36°), es aceptable la siguiente aproximación.

$$h_r = \sigma \varepsilon T_{int}^3 \quad (7)$$

Finalmente,

$$Q_{rad} = \sigma \varepsilon T_{int}^3 A (T_{foco} - T_{int}) \quad (8)$$

### 1.2 Temperatura interna

La temperatura interna depende de los siguientes factores:

- La calefacción
- La ventilación
- La humedad

El sistema de calefacción tiene una gran importancia en la determinación de la temperatura interna. En este sistema, la calefacción es proporcionada por dos focos incandescentes, los cuales ofrecen una potencia eléctrica de 40 Watts; la energía entregada por estos dispositivos a la incubadora se encuentra relacionada por la Ley de Kepler de la iluminación.

Conociendo la iluminación proporcionada, es posible conocer la energía suministrada al sistema  $Q_{cal}$  [ $Wm^{-2}$ ].

Una de las consecuencias de la ventilación, es la reducción de la temperatura. Depende de la diferencia de temperatura que hay dentro y fuera de la incubadora. Su efecto se puede calcular por la siguiente ecuación:

$$Q_{vent} = k_v \Phi_{vent} (T_{int} - T_{ext}) \quad (9)$$

El flujo causado por la ventilación se calcula a partir de la velocidad del aire, y de la apertura de la puerta (ocasionalmente). Este flujo depende principalmente del grado de apertura de la puerta A.

$$\Phi_{\text{vent}} = A \left( \frac{a_1 U_{ls}}{1+a_2 U_{ls}} + a_3 + a_4 U_{ws} \right) W \quad (10)$$

Con los parámetros definidos anteriormente y aplicando un balance energético, se obtiene la ecuación diferencial que modela al sistema:

$$\frac{dT_i}{dt} = \frac{1}{c_{cap}} (Q_{cal} - Q_{vent}) \quad (11)$$

### 1.3 Variables de estado

El sistema puede ser cambiado a variables de estado, únicamente para conocer las propiedades del sistema.

Se definen los estados de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} x &= T_{\text{int}} - T_{\text{ext}} \\ u &= I \\ y &= x \end{aligned} \quad (12)$$

De acuerdo con las dimensiones de la incubadora y las condiciones del medio, es posible tener los datos numéricos siguientes:

$$\begin{aligned} Q_{cal} &= \frac{I}{2250} \\ Q_{vent} &= (1,253)(T_i - T_0) \\ Q_{rad} &= 3146.31 \end{aligned} \quad (13)$$

La transformación de la ecuación diferencial con respecto a la definición de los estados, es la siguiente:

$$\dot{x} = \frac{1}{c_{cap}} \left( \frac{u}{2250} - 1.253x + 3146.31 \right) \quad (14)$$

$$\dot{x} = \frac{u}{2250c_{cap}} - \frac{1.253x}{c_{cap}} + \frac{3146.31}{c_{cap}} \quad (15)$$

Una nueva definición de variables de estado sería considerar a  $T_0$  constante, es decir, cuando la temperatura exterior no varía bruscamente en un tiempo corto, entonces:

$$(16)$$

$$x = T_i$$

$$u = I$$

$$y = x$$

Al redefinir las ecuaciones en términos de estas variables, se tienen las siguientes fórmulas:

$$\dot{x} = \frac{1}{c_{cap}} \left( \frac{u}{2250} - 1.253x + 1.253T_0 + 3146.31 \right) \quad (17)$$

$$x = \frac{u}{2250c_{cap}} - \frac{1.253x}{c_{cap}} + f(t) \quad (18)$$

Donde:

$$f(t) = \frac{1}{c_{cap}} (1.253T_0 + 3146.31) \quad (19)$$

Para las simulaciones, se toma esta última transformación con la condición de  $T_0$  constante:

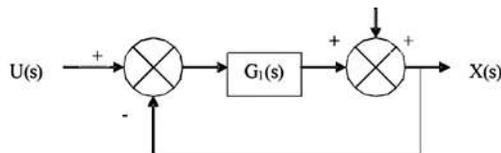


Figura 3. Diagrama del sistema (temperatura).

La descripción del sistema en un diagrama de bloques, empleando únicamente la variable de estado asignada a la temperatura, puede ser representada mediante la Figura 3, donde se muestra la descripción del sistema, considerando una señal de entrada y otra de salida, retroalimentado con un lazo unitario ideal, al igual que un término perturbador, que tiene gran influencia en el análisis del sistema, debido a que generalmente es el causante de inestabilidad.

Igualmente sería la descripción de las posibles señales de control presentes dentro de los sistemas físicos, como lo son la función Delta de Dirac, Escalón y Rampa:

$$\begin{aligned} U(s) = 1 &\Rightarrow U(t) = \delta(t) \\ U(s) = \frac{1}{s} &\Rightarrow U(t) = u(t - a) \\ U(s) = \frac{1}{s^2} &\Rightarrow U(t) = mt + c \end{aligned} \quad (20)$$

Al realizar un análisis al sistema de bloques anterior, obtenemos los siguientes resultados:

$$G_1(s) = \frac{X(s)}{U(s)} = \frac{b}{s + a} \quad (21)$$

Donde  $b$  y  $a$  son constantes ya definidas.

Considerando únicamente la función de transferencia descrita por la perturbación, implica  $U(s) = 0$ . Y de la misma forma, su no contribución ( $f(s) = 0$ ), para de esta manera obtener la contribución total del sistema en función de transferencia:

$$X(s) = \frac{1}{1 + G_1(s)} (f(s) + G_1(s)U(s)) \quad (22)$$

Realizando un análisis al error producido por la perturbación, se tiene:

$$E(s) = -\frac{f(s)}{1 + G_1(s)} \quad (23)$$

Con el error generado por la perturbación, es factible considerar la contribución hacia el error en condición estable ( $e_{ss}$ ) hacia el sistema. Esto se realiza para conocer los efectos sobre la planta y analizar el posible desvío ocurrido al momento de seguir a la señal de referencia:

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) \quad (24)$$

Por lo tanto, se tiene que:

$$e_{ss} = -\frac{aC}{A} \quad (25)$$

donde,

$$A = a + b$$

Este análisis se realiza para una entrada escalón, pues el punto de operación se debe mantener estable en todo momento. Ello significa que mientras mayor sea la señal de referencia, mayor será el error en estado estable generado por la perturbación; en cambio, el error del sistema sin la perturbación es de cero; se puede observar la influencia que posee este último término. Para corregir esta singularidad, se propone emplear un controlador proporcional de ganancia  $K_p$ .

$$e_{ss} = -\frac{Ca}{K_p A} \quad (24)$$

Aunque el controlador proporcional logra disminuir el error, debido a las constantes intrínsecas del modelo para obtener un resultado satisfactorio, es necesario emplear una alta ganancia para este controlador, por lo que no es una buena solución poder implementarlo. Si se prueba un controlador del tipo PD, el diagrama del flujo es como se muestra en la Figura 4.

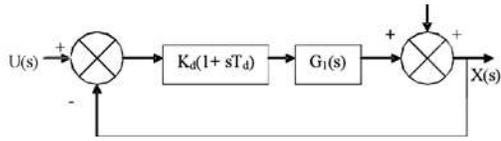


Figura 4. Controlador PD.

En el caso anterior, se considera una entrada escalón y el error en estado estable:

$$e_{ss} = \frac{-aC}{a + b(K_d)} \quad (25)$$

Sin embargo, nuevamente el error se mantiene, debido a que la ganancia derivativa para el controlador no logra disminuir al error, con respecto a una entrada escalón.

Como propuesta de implementación de controlador, se tienen los que se muestran en las Figuras 5 y 6. En el siguiente paso, se analiza la respuesta a un controlador integral, donde al analizar el error se espera que tienda a cero.

El error para el controlador integral esta dado por la siguiente expresión:

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{-sC}{s + K_d G_1(s)} \quad (26)$$

Al realizar el límite de la ecuación. (26), se tiene que el error tiende a cero.

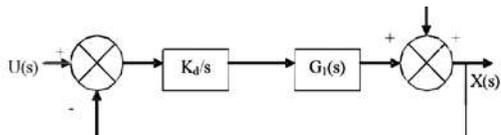


Figura 5. Controlador integral.

De igual manera ocurre cuando se analiza un control proporcional integral.

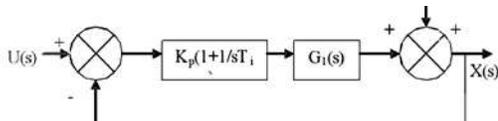


Figura 6. Controlador PI.

Al realizar el límite de la ecuación (27), se tiene el error.

$$e_{ss} = \lim_{s \rightarrow 0} sE(s) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{-sC}{s(1 + K_p G_1(s)(1 + \frac{1}{sT_i}))} \quad (27)$$

Para el control integral y el controlador proporcional integral, el error tiende a cero.

Así llegamos a las posibles opciones para implementar cualquiera de los siguientes controladores:

- Integral
- Proporcional integral
- Proporcional integral derivativo

## 2. Simulación del sistema

Con la ecuación diferencial obtenida anteriormente, es posible simular el sistema con ayuda del software MatLab, en específico la parte de Simulink. El diagrama a bloques utilizado para obtener la respuesta, es presentado en la Figura 7(a), y en la 7(b) la respuesta obtenida.

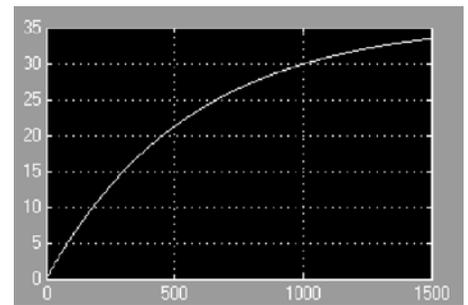
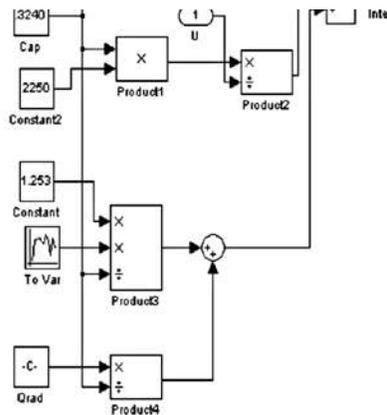


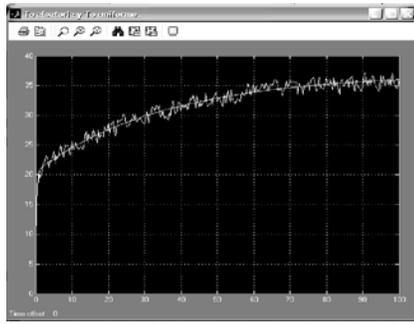
Figura 7(a). Simulación del sistema.

Figura 7(b). Respuesta del sistema.

En la Figura 7(b) se muestra que el sistema es de primer orden y por consiguiente, obtiene una respuesta de tipo exponencial. Una de las propiedades más significativas de este tipo de sistemas, es su respuesta del error en estado estacionario, el cual puede ser obtenido dependiendo de la señal de entrada aplicada a su función de transferencia.

## 3. SIMULACIONES

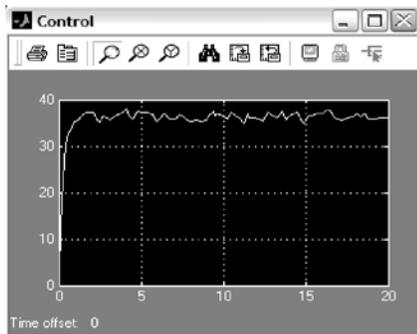
La simulación se presenta en dos partes: la primera, donde la temperatura exterior se encuentra en un intervalo de 18°C a 22°C de forma aleatoria, mientras que en la otra parte de la simulación, la temperatura exterior es constante o al menos no tiene cambios bruscos dentro de un intervalo de tiempo corto; tal como se ha manejado. En las Figuras 7 y 8 se observa que el comportamiento del sistema es de primer orden, pero como era de esperarse, los cambios abruptos en la temperatura exterior pueden modificar el comportamiento del sistema.



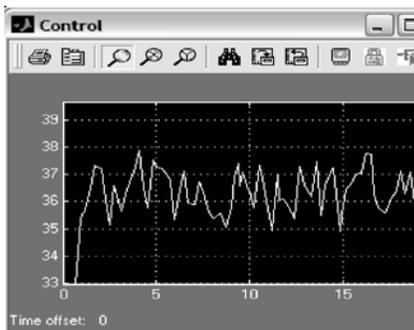
**Figura 8.** Temperatura exterior uniforme y aleatoria.

El principal aspecto sobre el control ON–OFF es su fácil implementación, debido a que sólo se dispone de una franja de histéresis, la cual está dada por los límites superior e inferior de cualquier señal de control en un sistema determinado. La simulación de este tipo de control dispone como límite inferior  $36^{\circ}\text{C}$  y superior a  $38^{\circ}\text{C}$ . Dicho control no se encuentra retroalimentado, es decir, no tiene presente una señal de error que pueda controlar al sistema, lo único que posee es una banda de histéresis, por lo que este control no entra en la categoría de los controladores tipo *feedback*.

En la Figura 9(a) se observa el comportamiento del sistema ante una señal variante en el tiempo, generando pulsos, cuya amplitud oscila entre 38 y 0 a una frecuencia de 0.2 Hz, mostrando un comportamiento errático producto del control On–Off.

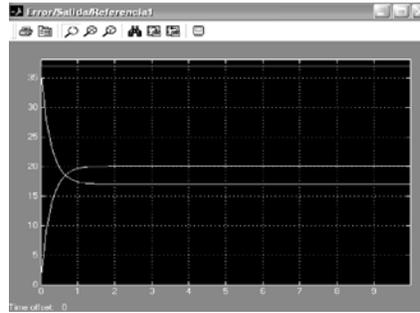


**Figura 9(a).** Señal de salida.

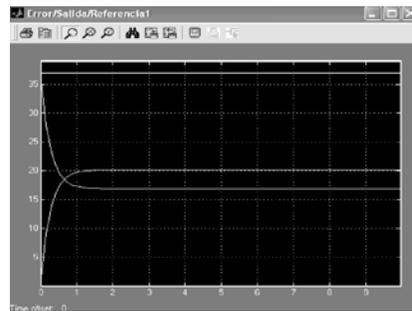


**Figura 9(b).** Ampliación de la señal de salida.

En la Figura 10 se muestra la salida de la señal amplificada, donde se puede ver la variación alrededor de la señal de referencia, esto es, a 37°C. Aquí se muestra el control proporcional con una ganancia de 10 y a una señal de referencia de 37°C, donde se aprecia que la salida no alcanza a la referencia, por lo que la ganancia del proporcional no es la adecuada. Además, se observa el comportamiento del error producido, que se mantiene constante a 16.47°C, lo cual no es deseable; y la salida se muestra invariante a 20.06°C.



**Figura 10.** Señal de referencia 37°C, Proporcional = 10.

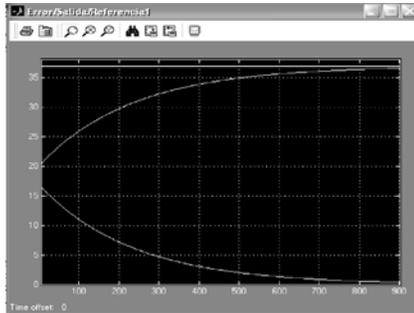


**Figura 11.** Señal de referencia 37°C, Proporcional = 20.

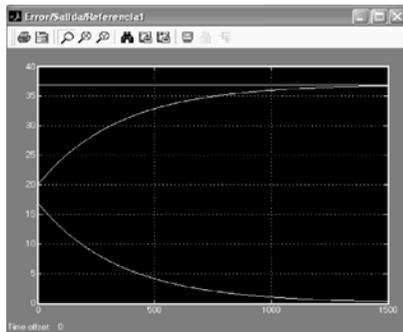
En la Figura 11 se presenta la respuesta del sistema al incrementar la ganancia del controlador proporcional hasta 20 unidades.

Aunque el aumento de la ganancia del controlador proporcional disminuye el error en comparación con el resultado de la Figura 9, la salida se encuentra alejada de la referencia, estos es, la ganancia de 10 hacia el control proporcional llega a un error de 16.94, en tanto para una ganancia del doble, se obtiene un error de 16.88, permitiendo una semejanza entre la Figura 9 y 10.

En la Figura 12, se implementa un controlador PI, con las ganancias especificadas. La salida alcanza a la referencia dentro de 900 unidades de tiempo (segundos), además el error tiende asintóticamente a cero. Es claro que mientras mayores sean las ganancias, el error tenderá más rápido a cero y viceversa; una característica importante es la parte integral, la cual disminuye al error sin que la ganancia proporcional sea elevada.



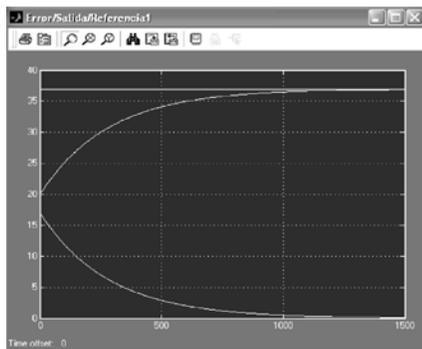
**Figura 12.**  $P = 6$  e  $I = 12$ .



**Figura 13.**  $P=4$ ;  $D = 2$ ;  $I = 8$ .

En la Figura 11 se mostraron los parámetros de un PID, manteniendo constantes las ganancias proporcional e integral de los casos previos; pero al momento de agregar la ganancia derivativa, la convergencia hacia la señal de referencia es alcanzada unos segundos antes, como se observa en la Figura 13 implicando que la convergencia del error es más rápida. Pero este parámetro extra (ganancia derivativa), no entrega una respuesta significativamente diferente al simple PI.

Aunque los resultados anteriores presentan un buen desempeño del controlador; en la práctica su implementación a grandes ganancias no es recomendable, por lo que se recomienda una implementación con ganancias conservadoras  $I=10$ ,  $D=5$  y  $P=5$ . Los resultados, de acuerdo con la simulación, se observan en la Figura 14 y aunque el error llega a posicionarse en 0.083, casi durante 25 minutos, estas ganancias pueden considerarse como adecuadas para esta implementación.



**Figura 14.**  $P = D = 5$  e  $I = 10$ .

De acuerdo con las simulaciones realizadas en las diferentes técnicas de control, se tiene que la implementación de un controlador para el medio estructurado de la incubadora avícola no requiere un control PID completo, es decir, el objetivo de control es alcanzado con la implementación de un PI, el cual es satisfactorio con las ganancias  $I=10$ ,  $D=5$  y  $P=5$ .

En cambio, si se pretende una implementación con una parte proporcional, la señal de control es incapaz de alcanzar a la de referencia, ocurriendo el mismo caso para PD. Sin embargo aunque el control de tipo On – Off es comúnmente empleado, y tiene resultados medianamente satisfactorios, las oscilaciones alrededor de la señal de referencia son elevadas, produciendo un error de  $\pm 1^\circ\text{C}$  en todo momento, debido a la falta de retroalimentación.

### Referencias...

K.Ogata, *Ingeniería de control moderno*, 3a. ed., Prentice-Hall, 1998.

C.T., *Linear System Theory and Design*. 3rd ed., New York: Oxford University Press, 1999.

Rugh, J.W., *Linear System Theory*, 2nd ed., Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall, 1996.

Khalil, H.K., *Nonlinear Systems*. 3rd ed., Upper Saddle River, NJ: Prentice-Hall, 1996.

Sastry, S., *Nonlinear Systems: Analysis, Stability and Control*. New York, NJ: Springer-Verlag, 1999.

Sage, A.P., White, C.C., *Optimum Systems Control*. 2nd Ed., New Jersey: Prentice-Hall, 1977.

Kirk, D.E., *Optimal Control Theory: an Introduction*. Englewood Cliffs, New Jersey: Prentice-Hall, 1970.

Hocking, L.M., *Optimal Control, an Introduction to the Theory with Applications*. 2nd ed., Oxford: Clarenton Press, 1997.

### Nomenclatura...

$h_i$	Coefficiente superficial de convección [ $\text{Wm}^{-2}\text{C}^{-1}$ ]	$a_1, a_2,$	Constantes [-]
$T_{int}$	Temperatura interna [C]	$a_3, a_4,$	Constantes [-]
$T_{pi}$	Temperatura de la cara interior de la incubadora [C]	$U_{ws}, U_{ls}$	Grados de apertura [%]
$h_e$	Coefficiente de convección exterior [ $\text{Wm}^{-2}\text{C}^{-1}$ ]	$W$	Velocidad del aire [ $\text{ms}^{-1}$ ]
$T_{ext}$	Temperatura exterior [C]	$A_1$	Área de apertura [%]
$T_{pe}$	Temperatura de la cara exterior de la incubadora [C]	$C_{cap}$	Capacidad térmica del aire [ $\text{Wm}^{-2}\text{C}^{-1}$ ]
$T_0$	Temperatura inicial [C]	$Q_{cal}$	Energía del sistema de calefacción [ $\text{Wm}^{-2}$ ]
$\Lambda$	Conductividad térmica [ $\text{Wm}^{-2}\text{C}^{-1}$ ]	$Q_{vent}$	Energía perdida por la ventilación [ $\text{Wm}^{-2}$ ]
$e$	Espesor de la cubierta [m]	$Q_{rad}$	Energía radiante [ $\text{Wm}^{-2}$ ]
$A$	Área de la superficie [m]	$I$	Intensidad del cuerpo luminoso [Candela]
$\Sigma$	Constante de Stefan Boltzmann [ $\text{Wm}^{-2}\text{C}^{-1}$ ]	$S$	Variable de Laplace
$T_{foco}$	Temperatura del cuerpo radiante (foco) [C]	$E(S)$	Variable de error en dominio frecuencial
$\epsilon$	Emisividad del objeto [-]	$r$	Distancia del cuerpo luminoso al iluminado[m]
$h_r$	Coefficiente de calor radiante [ $\text{Wm}^{-2}\text{C}^{-1}$ ]	$f(S)$	Señal de perturbación del sistema
$k_v$	Capacidad calorífica del aire [ $\text{Wm}^{-2}\text{C}^{-1}$ ]	$G(S)$	Función de transferencia
$\Phi_{vent}$	Flujo de aire [-]	$e_{ss}$	Error en estado estable

# TECNOLÓGICO DE ESTUDIOS SUPERIORES DE ECATEPEC

Organismo Público Descentralizado del Estado de México



**NUEVE  
CARRERAS**

## **INGENIERÍAS:**

- Electrónica y Telemática
- Mecatrónica
- Mecánica
- Industrial
- Sistemas Computacionales
- Química
- Bioquímica
- Cursos de Educación Continua
- Diplomados
- Centro de Idiomas (inglés y francés)

## **LICENCIATURAS:**

- Informática
- Contaduría y Administración

## **POSGRADOS (Maestrías):**

- Ingeniería Química
- Ingeniería Bioquímica
- Ingeniería en Sistemas Computacionales
- Ingeniería Mecatrónica

### Informes:

Av. Tecnológico s/n. Esq. Av. Carlos Hank González (Av. Central), Col. Valle de Anáhuac, Ecatepec de Morelos, Estado de México, C.P. 55210  
Teléfonos 50 00 23 42 y 50 00 23 43

[www.tese.edu.mx](http://www.tese.edu.mx)



GOBIERNO DEL  
ESTADO DE MÉXICO

